

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА
ПО АСТРОНОМИЯ

VIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

III кръг
5 март 2005 г.

Ученици 9-10 клас – решения

Задача 1. Малката планета № 887 (астероидът Алинда) обикаля около Слънцето по издължена елиптична орбита. За наблюдател, намиращ се близо до Слънцето, звездната ѝ величина се изменя с амплитуда $\Delta m_A = 5.24^m$. С каква амплитуда Δm_S ще се променя звездната величина на Слънцето за наблюдател, намиращ се на астероида Алинда?

Решение:

За наблюдател на повърхността на астероида видимата звездна величина на Слънцето ще се променя поради това, че при движението си по своята издължена елиптична орбита астероидът ще се намира на различни разстояния от Слънцето в различни моменти от време. За наблюдател в близост до Слънцето видимата звездна величина на астероида ще се променя по две причини:

- 1) Поради различното разстояние на астероида до наблюдателя в различни моменти от време;
- 2) Поради различната осветеност на астероида от Слънцето, когато той е различно отдалечен от него.

Нека с r_1 и r_2 отбележим съответно най-малкото и най-голямото разстояние, на което астероидът може да е от Слънцето, а с E_1 и E_2 – осветеностите, които Слънцето създава на повърхността на астероида при тези две разстояния. Съгласно формулата на Погсон:

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0.4 \Delta m_S \quad (1)$$

Освен това е изпълнено съотношението:

$$E_1/E_2 = r_2^2/r_1^2 \quad (2)$$

откъдето получаваме:

$$\lg \frac{r_2}{r_1} = 0.2 \Delta m_S \quad (3)$$

Осветеността, която астероидът създава от разстояние r_1 за наблюдател в близост до Слънцето, е пропорционална на осветеността на астероида от Слънцето и площта S на видимия диск на астероида:, и обратно пропорционална на квадрата на разстоянието:

$$E_1 \propto \frac{E_1 \cdot S}{r_1^2}$$

Аналогично за осветеността, създавана от астероида на разстояние r_2 можем да напишем:

$$E_2 \propto \frac{E_2 \cdot S}{r_2^2}$$

Разделяме почленно двете последни уравнения и като използваме (2), получаваме:

$$\frac{E_1'}{E_2'} = \frac{r_2^4}{r_1^4}$$

От друга страна:

$$\lg \frac{E_1'}{E_2'} = 0.4 \Delta m_A$$

откъдето следва:

$$\lg \frac{r_2}{r_1} = 0.1 \Delta m_A \quad (4)$$

Като сравним (4) и (3), окончателно пресмятаме:

$$\Delta m_s = \frac{\Delta m_A}{2}$$

$$\Delta m_s = 2.62^m$$

Задача 2.



При какви условия можем да видим Луната като лодка над хоризонта? В коя част от денонощието ще се наблюдава Луната? В каква посока ще се вижда? Кога през годината и къде по Земята може да се случи това? Наклонът на лунната орбита към еклиптиката да не се отчита. Лунната “лодка” е точно хоризонтално уравновесена.

Решение:

От рисунката се вижда, че Луната е много тънък сърп. Това означава, че видимото ѝ положение на небето е близо до това на Слънцето, а фазата ѝ е или малко преди новолуние, или малко след новолуние. Малко преди новолуние Луната е на запад от Слънцето. В такъв случай ще я наблюдаваме сутрин преди изгрева на Слънцето в източната част на хоризонта. Малко след новолуние бихме я наблюдавали вечер след залеза на Слънцето в западната част на хоризонта.

За да виждаме лунната “лодка”, разположена така, както е на рисунката, линията, свързваща центровете на Слънцето и Луната, трябва да е перпендикулярна на хоризонта. Но тази линия е част от еклиптиката, на която лежат и двете небесни светила. В различни моменти от време равнината на еклиптиката може да е перпендикулярна на хоризонта само за наблюдател в зоната между северната и южната тропични окръжности.

За наблюдател на екватора еклиптиката пресича хоризонта под прав ъгъл при изгрев или пък при залез Слънце в периодите около лятно и зимно слънцестоене. Следователно посоката, в която ще виждаме Луната като лодка сутрин, ще бъде изток-североизток около лятно слънцестоене, или изток-югоизток около зимно слънцестоене. А посоката, в която ще я виждаме като лодка вечер, ще бъде запад-северозапад около лятно слънцестоене, или запад-югозапад около зимно слънцестоене.

За наблюдател на северната тропична окръжност еклиптиката пресича хоризонта под прав ъгъл при изгрев Слънце в периода около есенното равноденствие, а при залез Слънце – в периода около пролетното равноденствие. Съответно в тези два случая Луната ще се наблюдава като лодка в източна и в западна посока. За наблюдател на южната тропична окръжност равнината на еклиптиката може да е перпендикулярна на хоризонта при изгрев Слънце в периода около пролетното равноденствие, а при залез Слънце – около есенното равноденствие.

За наблюдател между екватора и северната тропична окръжност еклиптиката се наблюдава под прав ъгъл към хоризонта при изгрев Слънце в два междинни момента от време, симетрично разположени около есенното равноденствие в периода от лятното до зимното слънцестоене. По съответния аналогичен начин могат да се формулират условията за всички останали случаи.

Задача 3. Планета от Слънчевата система се наблюдава в противостоене. Ректасцензията ѝ е $\alpha_1 = 11^{\text{h}}03^{\text{m}}$. В следващото след противостоенето съединение ректасцензията на планетата е $\alpha_2 = 11^{\text{h}}59^{\text{m}}$. Коя е тази планета? Защо се получава разлика между орбиталния период на планетата, изчислен по данните от задачата, и действителния ѝ период?

Справочни данни:

Орбитални периоди на планетите от Слънчевата система:

Планета	Меркурий	Венера	Земя	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Период (години)	0.24	0.62	1	1.88	11.9	29.4	83.7	164	248

Решение:

Щом като планетата може да се наблюдава в противостоене, очевидно тя е външна планета. В противостоене планетата е на 180° от Слънцето. Ако тогава нейната ректасцензия е била $\alpha_1 = 11^{\text{h}}03^{\text{m}}$, то ректасцензията на Слънцето трябва да е била $\alpha_1' = 12^{\text{h}} + \alpha_1 = 23^{\text{h}}03^{\text{m}}$. В съединение ректасцензията на Слънцето α_2' трябва да е същата като ректасцензията на планетата. Следователно за интервала от време от противостоенето до съединението на планетата ректасцензията на Слънцето се е изменила от $\alpha_1' = 23^{\text{h}}03^{\text{m}}$ до $\alpha_2' = 11^{\text{h}}59^{\text{m}}$. Годишното движение на Слънцето се извършва по посока на нарастване на ректасцензията. Затова то е изимнало по ректасцензия дъга от $12^{\text{h}}56^{\text{m}}$. Това трябва да е станало за интервал от време приблизително $12^{\text{h}}56^{\text{m}} / 24^{\text{h}} \approx 0.53889$ години. Този интервал е приблизително равен на половината от синодичния период на планетата. Следователно синодичният период е $T_{\text{syn}} = 2 \times 0.53889$ години = 1.07778 години. За сидеричния период на обикаляне на планетата около Слънцето T_{sid} можем да напишем:

$$\frac{1}{T_{\text{syn}}} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{sid}}}$$

където $T = 1$ година е периодът на обикаляне на Земята около Слънцето.

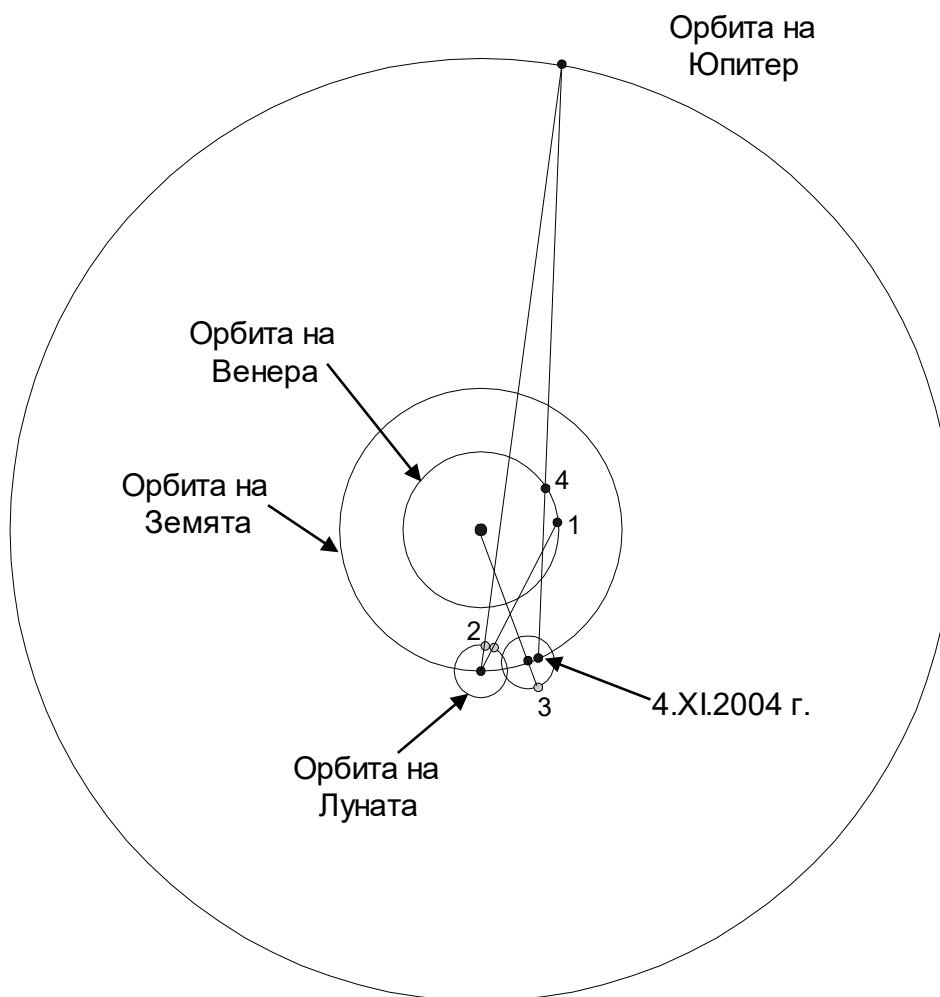
$$T_{\text{sid}} = \frac{T_{\text{syn}} T}{T_{\text{syn}} - T} \approx 13.86 \text{ години}$$

Полученото число е най-близко до орбиталния период на планетата Юпитер. Разликата между изчисления от нас период и действителния се получава, защото поради наклона на небесния екватор към еклиптиката ректасцензията на Слънцето не се изменя равномерно с времето, и още защото поради променливата скорост на Земята по нейната орбита видимото движение на Слънцето по еклиптиката също не е равномерно.

Задача 4. На 10 октомври 2004 г. Луната е в съединение с Венера. На 12 октомври същата година. Луната е в съединение с Юпитер. На 28 октомври има лунно затъмнение. А на 4 ноември има съединение на Венера с Юпитер. Нарисувайте приблизително как са били разположени по своите орбити Венера, Юпитер и Земята на 4 ноември 2004 г. Обяснете вашето решение.

Решение:

Тъй като на 10 октомври има съединение на Луната с Венера (положение 1 на фигурата), а само два дни по-късно – съединение на Луната с Юпитер (положение 2), то Юпитер е на изток от Венера. Луната изминава около 13° на денонощие на фона на звездите, затова ъгловото разстояние между Венера и Юпитер е между 13° и 26° . Посочваме тези граници, понеже не знаем точно моментите на съединенията. На 28 октомври има лунно затъмнение, което означава, че тогава Луната е в пълнолуние (положение 3). Това е 16 дни след съединението на Луната с Юпитер. Следователно при съединението на Луната с Юпитер фазата на Луната е била около два дни преди новолуние и тя трябва да е била на малък ъгъл западно от Слънцето (положение 2). Оттук заключаваме, че и Юпитер е на малко ъглово отстояние западно от Слънцето. Юпитер се движи твърде бавно по своята орбита и за интервала от време между 12 октомври и 4 ноември неговото преместване е незначително. Затова при решаването на тази задача го приемаме за неподвижен. Орбиталният период на Венера е около 8 месеца. За периода от 10-12 октомври до 4 ноември тя се е придвижила от положение 1 приблизително до положение 4. От 28 октомври до 4 ноември Земята се е отместила малко по своята орбита и от новата ѝ позиция се наблюдава съединение на Венера с Юпитер.



Задача 5. На 28 март 2004 г., три седмици след опозицията на Юпитер, космическият телескоп Хъбъл успя да заснеме рядко явление – затъмнение на Юпитер едновременно от три негови спътника. Разгледайте внимателно снимката. Използвайки

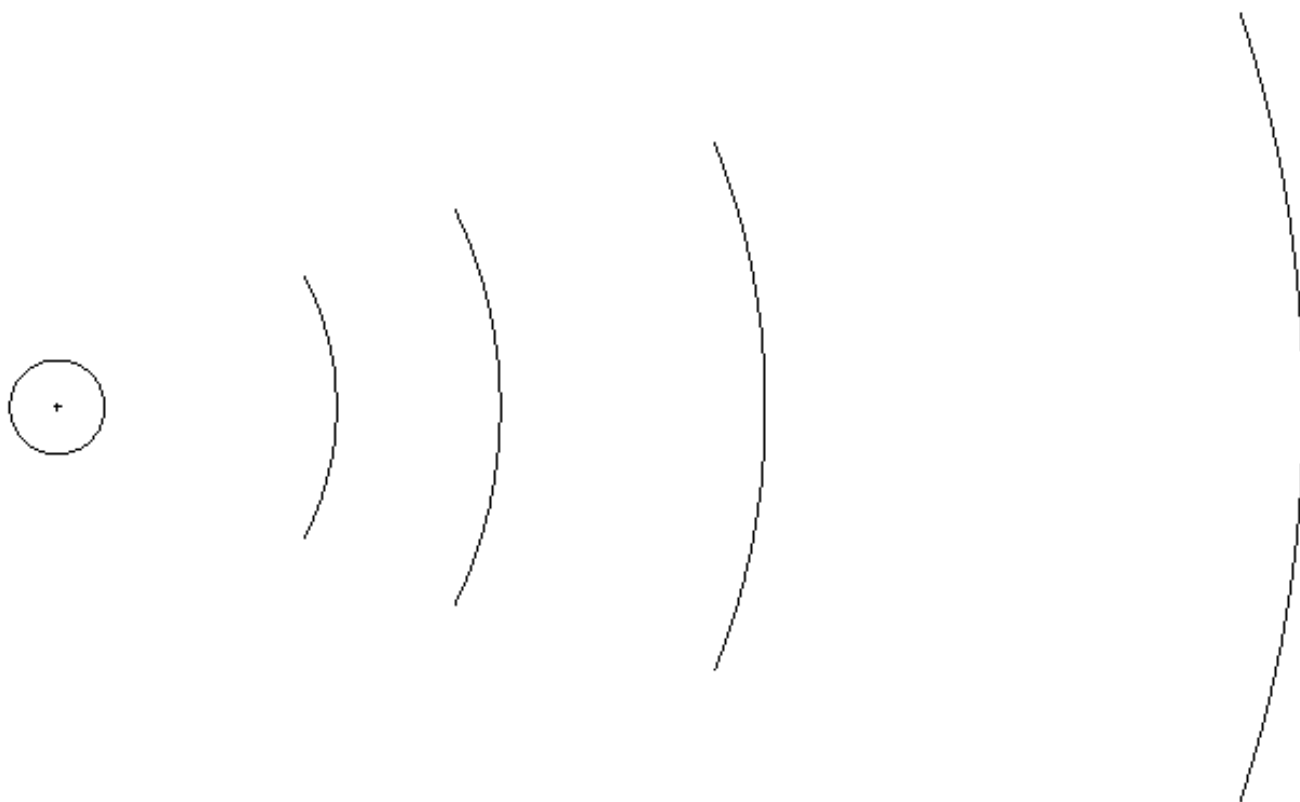
схемата на Юпитер и орбитите на Галилеевите спътници, определете коя сянка на кой спътник принадлежи.

На снимката се виждат два от спътниците. Кои са те? Означете техните положения върху орбитите им.

Кой е третият спътник, хвърлящ сянка върху диска на Юпитер? Нарисувайте неговото положение върху орбитата му.



Юпитер на 28 март 2004 г.



Юпитер и орбитите на Галилеевите спътници в еднакъв мащаб

Решение:

Това, че сенките са върху повърхността на Юпитер, означава, че спътниците се намират много близо до линията, свързваща Юпитер и Слънцето. Вижда се, че плоскостта на орбитите на спътниците има лек наклон спрямо направлението Юпитер-Слънце, но това няма да окаже влияние върху решението на задачата. На снимката се

виждат две големи сенки и една малка. Измежду Галилеевите спътници на Юпитер два са по-големи – Ганимед и Калисто, и два са по-малки – Йо и Европа. Следователно големите сенки са на Ганимед и Калисто. Ганимед е по-голям от Калисто и е два пъти по-близо до Юпитер. Виждаме, че сянката до левия край на диска е най-голяма и е по-рязко очертана от сянката до десния му край. Затова сянката до левия край на Юпитер е на Ганимед, а до десния му край е на Калисто. На снимката се виждат два от Галилеевите спътници. По-малкият е спътникът, който хвърля малката сянка, а по-големият е спътникът, който хвърля сянката до левия край на диска на планетата, т.е. Ганимед. Забелязваме, че спътниците са стриктно вдясно от сенките, като разстоянията от спътниците до сенките са различни поради различните разстояния на спътниците до планетата. Начертаваме на снимката вертикална линия, перпендикулярна на екватора на планетата и допирателна до левия край на диска на Юпитер. Измерваме разстоянията от нея до центровете на сенките и на дисковете на спътниците в милиметри.

На снимката:

Диаметър на Юпитер 89 mm

Разстояния от вертикалната линия до:

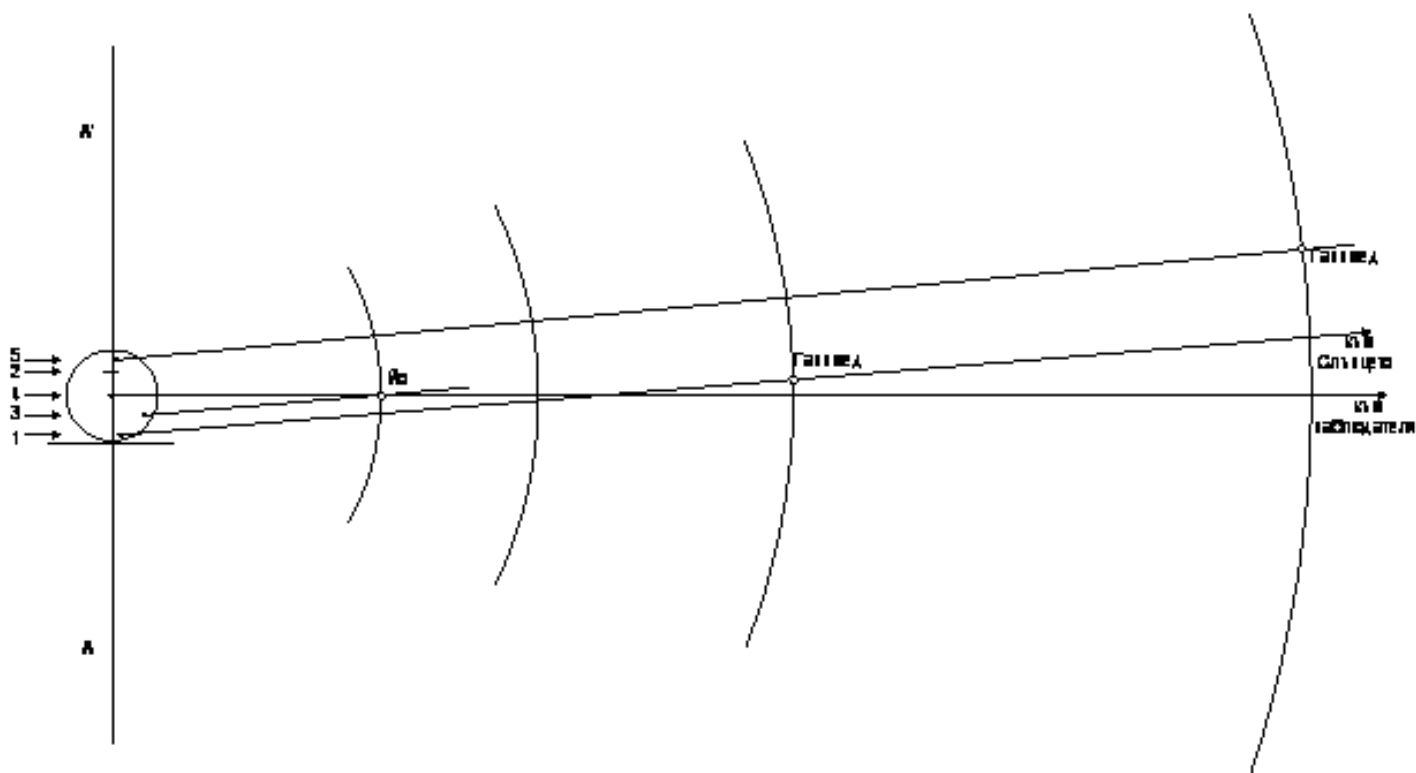
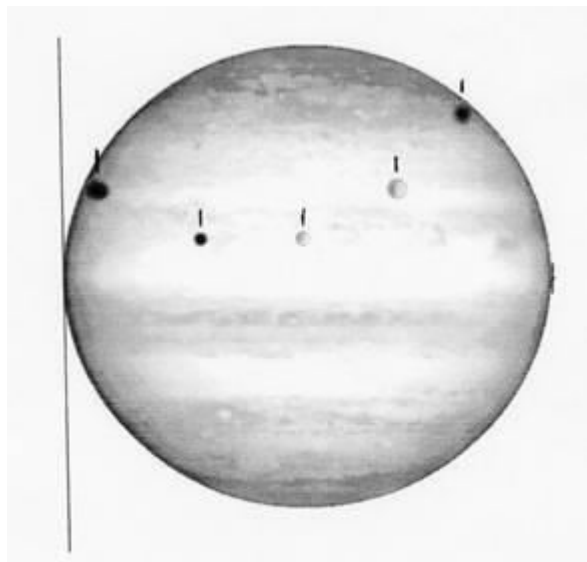
1. Сянка на Ганимед – 6 mm
2. Диск на Ганимед – 61 mm
3. Сянка на малкия спътник – 25 mm
4. Диск на малкия спътник – 43.5 mm
5. Сянка на Калисто – 72.5 mm

На приложената схема с орбитите измерваме диаметъра на Юпитер: 26 mm. Отношението между диаметрите на Юпитер на схемата и на снимката ни дава коефициент, с който преизчисляваме разстоянията до съответните сенки и спътници за схемата.

6. Сянка на Ганимед – 1.8 mm
7. Диск на Ганимед – 17.8 mm
8. Сянка на малкия спътник – 7.3 mm
9. Диск на малкия спътник – 12.7 mm
10. Сянка на Калисто – 21.2 mm

На схемата прекарваме две прави линии през центъра на диска на Юпитер. Едната линия AA' е успоредна на картинната плоскост на наблюдателя, другата е перпендикулярна на първата. Пресичайки дъгите на орбитите на спътниците, втората линия сочи направлението към наблюдателя. На схемата ние гледаме Юпитер откъм северния полюс. Линията AA' пресича кръга на планетата там, където е краят на видимия диск на северното полукълбо. Кръгчето на планетата всъщност се очертава от нейния екватор. Затова сенките на Ганимед и Калисто, които са близо до края на диска на Юпитер, ние нанасяме на съответните разстояния от левия край на кръгчето, близо до линията AA'. Сянката на малкия спътник нанасяме близо до линията на екватора, т.е. близо до кръгчето, очертаващо планетата. С две чертички върху линията AA' отбелязваме къде върху картинната плоскост се проектират изображенията на самите спътници, гледани от Земята. Ние вече знаем, че големият спътник е Ганимед. От чертичка (2) прекарваме линия, успоредна на линията към наблюдателя, до пресичането ѝ с орбитата на Ганимед (третата орбита). В тази пресечна точка е положението на Ганимед върху орбитата му. Съединяваме сянката на Ганимед (1) с положението му върху орбитата и получаваме направлението към Слънцето. Това направление е успоредно на слънчевите лъчи. Построяваме линия, успоредна на това направление, от сянката (3) на малкия спътник до пресичането с орбитите на двата

близки до Юпитер спътника. След това построяваме линия, успоредна на направлението към наблюдателя от точка (4), която е проекция на положението на диска на малкия спътник. Виждаме, че двете линии се пресичат върху орбитата на Йо (или близо до нея). Следователно малкият спътник е Йо. Означаваме неговото положение върху орбитата му. Успоредно на линията на слънчевите лъчи построяваме линия от сянката на Калисто (5) до пресичането ѝ с орбитата на Калисто. Получаваме положението на спътника върху орбитата му.



Юпитер и орбитите на Галилеевите спътници в еднакъв мащаб